Odpowiedzi i schematy oceniania

Arkusz 10

Zadania zamknięte

Numer zadania	**Poprawna odpowiedź**	**Wskazówki do rozwiązania zadania**
1.	A.	$0{,}2x = 8 \Rightarrow x = 40,\ 40 - 8 = 32$
2.	D.	$1000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}06}{4}\right)^{2\cdot 4}$
3.	B.	$W = \left(\frac{2}{7}\right)^{40}\left(\frac{2}{7}\right)^{-30} = \left(\frac{2}{7}\right)^{10}$
4.	D.	$a = 3^{2\log_3 4} = 3^{\log_3 16} = 16$
5.	B.	$W = 25 - (2x - 3y)^2 \Rightarrow W = [5 - (2x - 3y)][5 + (2x - 3y)] \Rightarrow$ $\Rightarrow W = (5 - 2x + 3y)(5 + 2x - 3y)$
6.	D.	$x + 4 \neq 0 \wedge x^2 + 6x + 9 \neq 0 \Rightarrow x \neq -4 \wedge x \neq -3$
7.	C.	$-x^2 - 5x < 0 \Rightarrow x(-x - 5) < 0$, zatem $x_1 = 0,\ x_2 = -5$, zaś ramiona paraboli skierowane są do dołu.
8.	D.	$-m - 3 < 0 \Rightarrow m > -3$
9.	A.	Skorzystaj z zasady przesuwania wykresu funkcji wzdłuż osi układu współrzędnych.
10.	B.	Funkcja, której wykres przechodzi przez dane punkty, ma wzór $y = 3x - 1$ (rozwiąż odpowiedni układ równań).
11.	D.	$x^2 + 4 > 0 \Rightarrow x \in R$
12.	B.	Każda funkcja wykładnicza ma zbiór wartości $(0, +\infty)$, a wykres danej funkcji został przesunięty wzdłuż osi OX .
13.	C.	$2 - \frac{n}{7} > 0 \Rightarrow n < 14 \wedge n \in N_+$
14.	A.	$r = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - (\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2} \Rightarrow r = -2\sqrt{2}$, zatem $a_3 = \sqrt{3} - 3\sqrt{2}$.

15.	D.	$a_7 = 256 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^6 \Rightarrow a_7 = 4$
16.	B.	$a_1 = 2, a_n = 2n \Rightarrow S_n = \frac{2+2n}{2} n \Rightarrow S_n = n^2 + n$
17.	C.	Funkcja $y = \cos x$ jest dla $x \in (0, 90^\circ)$ malejąca.
18.	B.	$W = \frac{1-\cos^2 x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x}{\sin x} \Rightarrow W = \sin x$
19.	C.	Mniejszy kąt leży naprzeciwko mniejszego boku trójkąta.
20.	D.	Dwa koła są podobne, więc skala podobieństwa $k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$, stąd promień większego koła jest dwa razy większy od promienia mniejszego koła.
21.	D.	$a_k = -\frac{1}{a_l} \Rightarrow a_k = -\frac{3}{2}$, zaś punkt P spełnia równanie prostej z przykładu D.
22.	A.	$a_k = a_l \Leftrightarrow -1-3a = -\frac{5}{3} \Leftrightarrow a = \frac{2}{9}$
23.	D.	$\lvert AO \rvert = \sqrt{7+9} = 4$
24.	B.	$l = 12, r = 6 \Rightarrow P_b = 72\pi$
25.	B.	Suma oczek co najwyżej 8, to znaczy suma jest mniejsza lub równa 8, $\overline{\overline{\Omega}} = 36, \overline{\overline{A}} = 26 \Rightarrow P(A) = \frac{26}{36}$.

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
26.	Zapisanie większej potęgi za pomocą mniejszej: $a = 3^{27} + 3^{27} \cdot 3^2$.	1
	Wykazanie tezy zadania: $a = 3^{27}(1+9) \Rightarrow a = 3^{27} \cdot 10$, zatem liczba jest podzielna przez 3 i przez 10, czyli jest podzielna przez 30.	1

27.	Pogrupowanie wyrazów: $W(x)=x^2(x+5)-16(x+5)$.	1
	Rozłożenie wielomianu na czynniki: $W(x)=(x^2-16)(x+5)\Rightarrow W(x)=(x-4)(x+4)(x+5)$.	1
28.	Przekształcenie pierwszego wielomianu do postaci ogólnej: $W_1(x)=$ $=x^3+6x^2+12x+8-4x^2+9\Rightarrow W_1(x)=x^3+2x^2+12x+17$.	1
	Przekształcenie drugiego wielomianu do postaci ogólnej: $W_2(x)=x^3-5x^2+x-5+7x^2+11x+22\Rightarrow$ $\Rightarrow W_2(x)=x^3+2x^2+12x+17$, zatem wielomiany są równe.	1
29.	Zapisanie warunków koniecznych do wyznaczenia dziedziny funkcji: $x^2\geq 0\wedge x^2\leq 0$.	1
	Wyznaczenie dziedziny i zbioru wartości funkcji: $D=\{0\}, D^{-1}=\{0\}$.	1
30.	$\cos\alpha=\frac{3}{5}\Rightarrow \sin\alpha=\sqrt{1-\frac{9}{25}}\Rightarrow \sin\alpha=\frac{4}{5}$	1
	$\operatorname{tg}\alpha=\frac{3}{4}\wedge \sin\alpha=\frac{4}{5}\Rightarrow \cos\alpha=\frac{16}{15}$ – sprzeczność z treścią zadania.	1
31.	Wprowadzenie oznaczeń: x, y, z – szukane liczby, (x, y, z) – ciąg arytmetyczny, $(x, y+3, z+9)$ – ciąg geometryczny, $x+y+z=45$.	1
	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} x+y+z=45 \\ y=\frac{x+z}{2} \\ (y+3)^2=x(z+9) \end{cases}$.	1
	Wyznaczenie liczby y : $y=15$.	1
	Doprowadzenie układu do równania: $x^2-39x+324=0$ i rozwiązanie równania: $x_1=12, x_2=27$.	1
	Wyznaczenie trzeciej liczby i podanie odpowiedzi.:	1

	$\begin{cases} x=12 \\ y=15 \\ z=18 \end{cases} \vee \begin{cases} x=27 \\ y=15 \\ z=3 \end{cases}$.	
32.	Wyznaczenie długości odcinka S_2O w zależności od promienia mniejszego okręgu : $\lvert S_2O \rvert = 2r_2$, O – punkt przecięcia prostej l i S_1S_2).	1
	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} \dfrac{r_1}{r_1+r_2+2r_2} = \sin 30^\circ \\ r_1+r_2 = 24 \end{cases}$.	2 (po 1 punkcie za każde równanie)
	Rozwiązanie układu i podanie odpowiedzi: $r_1 = 18, r_2 = 6$.	2 (1 punkt za metodę i 1 za obliczenia)
33.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie oznaczeń: a, b – przyprostokątna i przeciwprostokątna podstawy graniastosłupa, h – wysokość graniastosłupa.	1
	Wyznaczenie przeciwprostokątnej podstawy: $b = 9\sqrt{2}$.	1
	Wyznaczenie wysokości graniastosłupa: $h = 3\sqrt{6}$.	1
	Wyznaczenie pola powierzchni bocznej graniastosłupa: $P_b = 54\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)$.	1
	Wyznaczenie objętości graniastosłupa: $V = \dfrac{243\sqrt{6}}{2}$.	1