

Matematyka

Lista 2

1. Narysować wykres funkcji odwrotnej do funkcji f :

(a) $f(x) = 3x, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

(b) $f(x) = x^4, f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$

(c) $f(x) = 3^x, f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$

2. Policzyc wartość wyrażenia:

$$\log_3 \frac{1}{81}, \log 0,00001, \log_2(4^{100}),$$

$$\log_7 \frac{49}{7^{12}}, 2^{\log_2 5}, 10^{\log 2}, \log_2 2^{\frac{45}{28}}$$

3. Rozwiąż równania i nierówności:

(a) $2^{x+1} + 4^x = 80; 3^{x^2+2} = 3^{3x};$

(b) $(2^{x+1})^2 > 32; 2^{2x^2+x} > \sqrt{8}$

(c) $2^{\frac{x-3}{3x-2}} < \frac{1}{2}; (\frac{1}{3})^{x^2} 3^{2x+2} < (\frac{1}{3})^6$

(d) $\log(x-5) - \log 2 = \frac{1}{2} \log(3x-20); \log x = -\log(x+1)$

(e) $\log(3x-91) - \log(30-x) = 1; \log(2x+14) + \log(x+12) = 3$

(f) $\log(35-x^3) > 3 \log(5-x)$

4. W ciągu arytmetycznym $a_1 = 2, r = \frac{1}{2}$. Obliczyć:

$$a_{100}, a_1 + a_2 + \dots + a_{100}, 2 + 2\frac{1}{2} + 3 + \dots + 100.$$

Wyrazić a_{k-1}, a_{n+3} .

5. W ciągu arytmetycznym mamy dane: $a_5 = 4, r = \frac{1}{2}$.

$$\text{Obliczyć: } a_{10}, a_4 + a_5 + a_6 + \dots + a_{99}.$$

6. Obliczyć sumy :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{1024}; \quad 7 + 9 + 11 + \dots + 121; \quad 3 + 10 + 17 + \dots + 1113$$

7. Oblicz $\sum_{i=k}^n a_i$, gdzie

(a) $k = 1, n = 100, a_1 = 2, a_{i+1} = a_i + \frac{1}{5};$

(b) $k = 21, n = 50, a_1 = 4, a_{i+1} = a_i \cdot 1,05;$

(c) $k = 4, n = 15, a_i = \frac{1}{3^i}$

(d) $k = 5, n = 15, a_2 = 0, a_{i+1} = a_i - 2$